

Geschichte

Vom Rechnen mit Stäbchen

John Napier
und seine Rechenstäbchen

Er war ein Zeitgenosse William Shakespeares, der bekanntlich von 1564 bis 1616 lebte: John Napier wurde 1550 in Merchiston Castle bei Edinburgh geboren und verstarb dort am 3. April 1617. Als schottischer Edelmann trug er den Titel „Laird of Merchiston“. Doch nicht unbedingt die Dramen Shakespeares waren seine Welt, sondern vielmehr die Mathematik. Mit seinen Ideen beeinflusste er sogar Wilhelm Schickard (1592–1635), der die erste mechanische Rechenmaschine baute.

Neue Rechenverfahren gesucht

Die Zeit der Entdeckungen im 16. Jahrhundert brachte eine Fülle neuer Anforderungen an die Mathematik mit sich: Seefahrer, Kaufleute, Landvermesser und Wissenschaftler benötigten neue Rechenverfahren, da die herkömmlichen zu ungenau und zu langsam gewor-



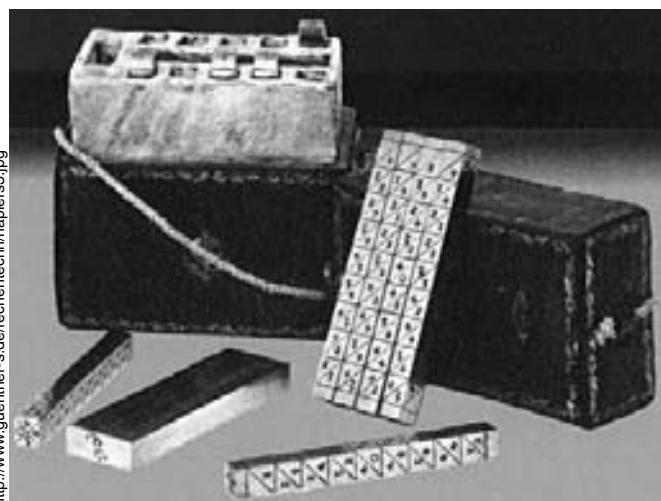
Bild 1: John Napier, Laird of Merchiston (1550–1617).



Bild 2: Im Jahr 1614 erschien das erste Buch über Logarithmen – es ist von John Napier verfasst worden.

den waren. Der Abakus (vgl. LOG IN 5–6/1996, S. 105 f.) war in Vergessenheit geraten, und auch das Rechenbrett von Adam Ries (1492–1559) half in diesen Fällen nicht weiter (vgl. LOG IN 3–4/2001, S. 48 ff.). Denn während Addition und Subtraktion mit dem Rechenbrett leicht durchgeführt werden konnten, gab es damit keine Möglichkeit, problemlos zu multiplizieren oder zu dividieren.

Unabhängig voneinander arbeiteten John Napier in Schottland und Jost Bürgi (1552–1632), ein u. a. in Kassel lebender Schweizer Uhrmacher und Astronom, als erste



Ein Satz Rechenstäbchen (siehe Bild 4, nächste Seite) besteht aus zwölf Holzstäbchen, elf davon mit quadratischem Querschnitt. Zehn dieser Stäbchen erhalten auf ih-

Bild 3: Die Rechenstäbchen von John Napier aus dem Jahre 1617.

Menschen an der Idee, das Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren und Radizieren mit Logarithmen durchzuführen. Die Multiplikation konnte somit auf eine einfache Addition, die Division auf eine Subtraktion und das Potenzieren auf eine Multiplikation und die wiederum auf eine Addition zurückgeführt werden; entsprechend war sogar das Radizieren möglich. Während Bürgi seine Erkenntnis nicht selbst publizierte, schrieb Napier ein Buch über Logarithmen, das 1614 unter dem Titel „Mirifici – Logarithmorum Canonis descriptio“ erschien (siehe Bild 2). Sein Name wurde ebenfalls latinisiert und als *Ioanne Nepero* angegeben, was später auf einige Bezeichnungen, die ihm zu Ehren eingeführt wurden, entsprechende Auswirkungen hatte (siehe Abschnitt „Ehrungen“).

Für das Logarithmieren mussten allerdings umfangreiche Rechentafeln erstellt werden, wofür wiederum eine Fülle an Multiplikationen durchzuführen war. John Napier untersuchte deshalb die Rechengänge beim Multiplizieren genauer und erkannte, dass jede Multiplikation einerseits auf das kleine Einmaleins und dies andererseits wieder auf Addition zurückgeführt werden kann.

In dem 1617 erschienenen Buch „Rabdologiae“ (vom Griechischen *rabdos* – deutsch: Stange bzw. Stab – und *logos* – deutsch: sinnvolle Rede bzw. Wort) beschrieb Napier seine Erkenntnisse und stellte den Umgang mit den von ihm entwickelten Rechenstäbchen (siehe Bild 3) vor.

Bild 4 (unten): Ein Satz Rechenstäbchen von Napier zur Multiplikation (links der Leitstab).

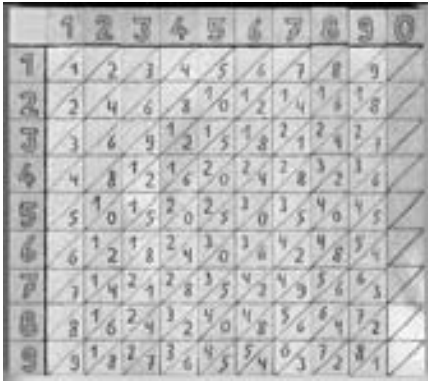
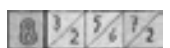


Bild 5 (links): Multiplikationsergebnisse von 1x3 bis 9x3 – hier wird das Ergebnis nur abgelesen.

Bild 6 (unten): Mithilfe der Rechenstäbchen ist $8 \times 479 = 3832$ leicht zu berechnen (siehe Erklärung im Text).



rer Oberseite Multiplikationstabellen für die Ziffern 0 bis 9. Das 11. Stäbchen wird als Leitstab bezeichnet; es trägt nur die Ziffern 1 bis 9 (oder I bis IX). Das 12. Stäbchen ist ein flacher Stab und enthält die ersten 9 Quadratzahlen.

Das Multiplizieren von zwei einstelligen Faktoren ist sehr einfach. Der Leitstab als einer der Faktoren und der zweite Stab mit dem zweiten Faktor werden nur nebeneinander gelegt (siehe Bild 5).

Bei der Multiplikation mit einem Faktor, der mehrstellig ist, wird der Sinn der schrägen Anordnung der Ziffern deutlich. Rechts vom Leitstab mit dem einstelligen Faktor werden die Stäbchen angelegt, deren oberste Ziffern die mehrstellige Zahl des zweiten Faktors bil-

den. Der Leitstab gibt die Zeile vor, in der abgelesen wird. Schräg gegenüberliegende Werte werden addiert und ergeben jeweils eine Ziffer des Ergebnisses. Der Übertrag (maximal 1) wird der nächsten, links davon stehenden Ziffer zugeschlagen (siehe Bild 6).

Um das Ergebnis der Multiplikation aus Bild 6 zu erhalten, müssen nur die von rechts oben nach links unten schräg benachbarten Ziffern des mehrstelligen Faktors in der Reihe des einstelligen Faktors addiert werden:

ablesbare
Teilprodukte: $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 5 & 7 & \\ \hline 2 & 6 & 2 & \\ \hline \end{array}$
Addition: $\begin{array}{r} 3 \ 5 \ 7 \\ 2 \ 6 \ 2 \\ \hline 3 \ 8 \ 3 \ 2 \end{array}$
Ergebnis: $\begin{array}{r} 3 \ 8 \ 3 \ 2 \end{array}$

Weiterentwicklungen

Rechenschieber

Erst aufgrund der Entdeckung der Logarithmen durch Napier (und Bürgi) war die Erfindung des Rechenschiebers möglich. Und eben diese Rechenschieber verdrängten Napiers Rechenstäbchen relativ rasch. Denn die Rechenregeln für das Rechnen mit Logarithmen reduzieren die Rechenoperation auf die nächst niedrigere Stufe, ähnlich wie es die Rechenstäbchen ermöglichen – aus einer Multiplikation wird eine Addition, aus der Division eine Subtraktion. Dies machte sich William Oughtred (1574–1660) zunutze, indem er 1622 den ersten Rechenschieber mit zwei aneinander gleitenden, identischen logarithmischen Skalen vorstellte. Dieser Doppelstab bekam schließlich nach 1650 durch Edmund Wingate (1593–1656) und Seth Partridge (1603–1686) die noch heutige übliche Gestalt mit einem „Körper“, auf dem mehrere Reihen Skalen angebracht sind, einen dagegen verschiebbaren „Läufer“ mit weiteren Zahlen sowie eine gegen diese Skalen bewegliche „Zunge“ (siehe Bild 7). Durch Verschieben der Skalen gegeneinander kann über eine Markierung auf der Zunge der zu berechnende Wert abgelesen wer-

den. Vor der Erfindung des elektronischen Taschenrechners war der Rechenschieber bis in die 1970er-Jahre vor allem im technischen Bereich eines der wichtigsten Rechenhilfsmittel.

Rechenmaschine

Die erste mechanische Rechenmaschine konstruierte und baute 1623 Wilhelm Schickard, der Professor an der Universität Tübingen war (vgl. LOG IN 1/1997, S. 75). Seine Maschine sollte vor allem das Multiplizieren und Dividieren erleichtern. Schickard benutzte dazu das Prinzip der Rechenstäbchen von Napier, von denen er sechs vollständige Sätze auf Zylinder schrieb. Auch benutzte er erstmals ein dekadisches Zählrad für die Addition und Subtraktion: Es besaß 10 Zähne, erlaubte also 10 Winkelstellungen pro Umdrehung und damit das Zählen im dekadischen System. Nach einer ganzen Umdrehung schaltete ein zusätzlicher Übertragungszahn das Zählrad der höherwertigen Stelle um einen Schritt weiter (z. B.: 10 Einer = 1 Zehner). Damit war der erste selbsttätige Zehnerübertrag realisiert. Schickard vervollständigte seine Maschine durch eine Merkvorrichtung für Zahlen, u. a. für den Multiplikator, die man heute als Register bezeichnet.

Von Schickards Rechenmaschine wurden zwei Exemplare gebaut, eine war für Johannes Kepler gedacht, die zweite für Schickard selbst. Doch leider sind nur schriftliche Aufzeichnungen über diese Maschinen erhalten geblieben (sie-

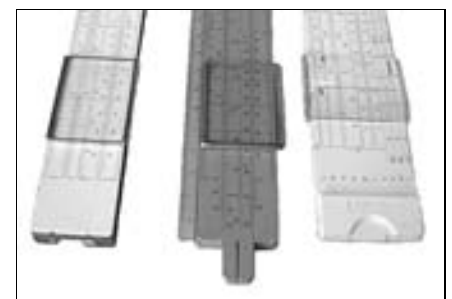


Bild 7: Verschiedene Rechenschieber, die bis in die 70er-Jahre des vorigen Jahrhunderts im Einsatz waren.

http://homepages.fh-regensburg.de/~wah39067/crm/Rechner/1623-schickard.jpg

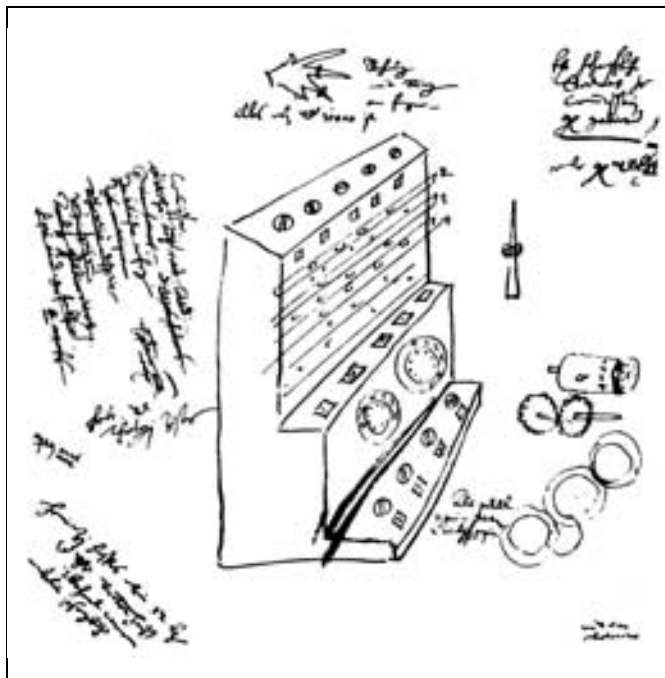


Bild 8:
Skizze Wilhelm Schickards mit Anmerkungen zu der von ihm entwickelten Rechenmaschine in seinem Brief an Johannes Kepler aus dem Jahr 1623.

he Bild 8). Die Kepler zugeordnete Maschine fiel einem Brand in Tübingen zum Opfer, und Wilhelm Schickards Maschine ist wohl in den Wirren des Dreißigjährigen Krieges untergegangen. In den späten 1950er-Jahren gelang es jedoch Professor Bruno Baron von Freytag Löringhoff (1912–1996), die Maschine zu rekonstruieren, die schließlich im Januar 1960 im Auditorium Maximum der Universität Tübingen vorgestellt wurde (siehe Bild 9).

Weitere Arbeiten Napiers

Neben der Erfindung der Logarithmen, Logarithmentafeln und der Rechenstäbchen gilt John Napier auch als derjenige, der den *Dezimalpunkt* eingeführt hat. (Im deutschsprachigen Raum und in anderen Teilen Europas wird dagegen das Dezimaltrennzeichen benutzt.)

Auch beschäftigte er sich mit schiefwinkligen sphärischen Dreiecken. Die nach ihm benannten *Napierschen Regeln*, die in englisch sprechenden Ländern als *Neper's pentagon* bzw. *Neper's circle* bekannt sind, sollen eine mnemonische Hilfe sein, alle Beziehungen zwischen den Winkeln in einem solchen Dreieck aufzufinden. Allerdings wurden diese Regeln von ihm nur unvollkommen in seinem 1619

posthum erschienenen Buch „Mirifici – Logarithmorum Canonis constructio“ aufgeführt.

Ehrungen

Zu Ehren John Napiers wurde eine Maßeinheit der Dämpfung bei elektrischen und akustischen Schwingungen *Neper* (Einheitszeichen: *Np*; Formelzeichen: *N*) genannt. Sie ist eine dimensionslose Hilfsmaßeinheit, die als natürlicher Logarithmus des Verhältnisses

zweier Amplituden A_1 und A_2 gemessen wird:

$$n = \ln \frac{A_1}{A_2}$$

Mittlerweile ist die Einheit *Neper* weitgehend durch *Bel* bzw. *Dezibel* (*dB*) ersetzt worden.

Darüber hinaus wurde mit *Nit* (Abkürzung von: *Naperian Digit*) bzw. *nepit* eine dimensionslose Einheit von Datenmengen geschaffen. Im Gegensatz zum *Bit* hat das *Nit* den natürlichen und nicht den dualen Logarithmus als Grundlage, d. h. es hat die Basis e und nicht die Basis 2. Es gilt dabei:

$$\ln(p) \text{ nit} = \log_2(p) \text{ bit}$$

Das bedeutet, dass 1 nit ungefähr 1,44 bit entspricht:

$$p \text{ nit} = \frac{\log_2(p)}{\ln(p)} \text{ bit} = \frac{p}{\ln 2} \text{ bit} \approx 1,44 \cdot p \text{ bit}$$

Aber auch die Einheit *Nit* ist mittlerweile nicht mehr gebräuchlich.

Dagegen ist das Andenken an John Napier in Edinburgh noch lebendig: Die *Napier University* (<http://www.napier.ac.uk/>), eine naturwissenschaftlich orientierte Universität mit vier Fakultäten, besitzt unter anderem einen Campus bei Merchiston Castle, dem Geburts- und Sterbeort John Napiers. Das Grab John Napiers existiert immer noch und kann in der St. Cuthbert's Church in Edinburgh besucht werden.

Bernhard Koerber

Bild 9: Rechenmaschine (1623) von Wilhelm Schickard, gebaut für seinen Freund Johannes Kepler, auf einer Briefmarke der Bundesrepublik Deutschland aus dem Jahr 1973 – „350 Jahre Rechenmaschine“.



Literatur und Internetquellen

Hempel, T.: John Napier – Rechnen mit den Rechenstäbchen.

<http://www.tinohempel.de/info/mathe/napier/napier.htm> [Stand: April 2005]

History of Napier University:

<http://www.news.napier.ac.uk/background/bkInfo6.htm> [Stand: April 2005]

O'Connor, J. J.; Robertson, E. F.: John Napier.

<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Napier.html> [Stand: April 2005]

Topolewski, P.: Mathematische Zahlen und Rechenhilfen – Mein Beitrag zu Jugend forscht / Schüler experimentieren 2003.

<http://www.topolewski.de/pascal/juf02003/index.htm>

[Stand: April 2005 – dies ist die Arbeit eines damals 9-jährigen Schülers!]

Vorndran, E. P.: Entwicklungsgeschichte des Computers. Berlin; Offenbach: VDE-Verlag, 1986, S. 23–25.