

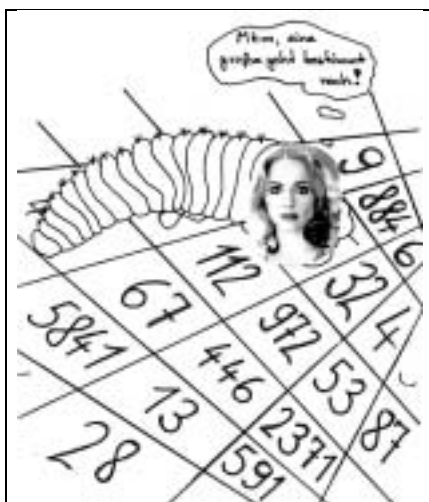
Computer-Knobelei

Wunschtraum: Wurzelsepp!

Vor kurzem fand sich in der mathematischen Schülerzeitschrift *Wurzel* folgende Aufgabe (leicht redigiert): Die *Raupe Nummersatt* (Bild 1) sitzt in der Mitte eines quadratischen $m \times m$ -Gitters. Alle anderen Felder dieses Gitters sind mit natürlichen Zahlen belegt, und zwar jedes Feld mit einer anderen Zahl. Nummersatt kann auf ein benachbartes Feld kriechen, wenn sie vorher die Zahl frisst, die in diesem Feld steht. Dabei gelten die an jeweils einer Seite angrenzenden vier Felder als benachbart. Die Zahl n hat das Gewicht $1/n$ kg, und Nummersatt vermag bis zu 2 kg Zahlen zu fressen. Kann sie sich für jede mögliche Verteilung der Zahlen einen Weg zum Rand bahnen, ohne sich zu überfressen (Wurzel, 37. Jg. 2003, Heft 11, S. 253)?

Eine mögliche Verallgemeinerung der Aufgabe lautet: Wie sollte man für ungerades $m \geq 3$ die Zahlen $1, 2, \dots, m^2 - 1$ auf ein $m \times m$ -Schachbrett (mit frei bleibender

Bild 1:
Wurzel aus Jena (Titelgrafik).



Mitte) so verteilen, dass die Raupe möglichst viel fressen muss, um den Rand zu erreichen? Für $m = 3$ und $m = 5$ sind die Lösungen offensichtlich. Die Raupe erreicht auf jeden Fall den Rand, wenn sie $1/4$ kg bzw. $9/20$ kg Zahlen fressen kann.

Mit dieser Aufgabe wird eine (zu fördernde) Fähigkeit der Wurzelsepp angesprochen, welche die Zeitschrift leider vernachlässigt, nämlich *algorithmisches Denken*. Zwar wird dort hin und wieder ein Algorithmus angegeben, aber eher widerwillig und nebenbei; man vermeidet Programme, wo es irgend geht. Das heißt: Die *Wurzel* steckt mathematisch noch im neunzehnten Jahrhundert. Dabei beherbergt beispielsweise „Raupe Nummersatt“ eine Fülle algorithmischer Potenzials.

Aufgabe 1: Man schreibe ein Programm, welches das Hinauskriechen der Raupe aus dem Zahlenmeer simuliert und Hypothesen bezüglich der oben gestellten Fragen ermöglicht.

Was der *Wurzel* fehlt, besitzt in reichem Maße ein Periodikum aus Österreich, das – seit 1991 – von Mag. Josef Böhm herausgegeben, verlegt und verschickt wird: die *DERIVE-Nachrichten* (engl.: *Derive Newsletter*, DNL). In der Jubiläumsnummer 50 (Juni 2003) findet sich: Beschreibung eines Zufallszahlengenerators, Deskriptive Statistik, Lineares Optimieren (Visualisierung) und vieles andere; ferner gibt es reichlich Hinweise, Ratschläge, Tipps und Tricks (insbesondere Antworten auf Leserbrief). Man übertreibt wohl nicht zu sehr mit der Ansicht, dass die marktbeherrschende Position von DERIVE als Computeralgebra-System in der Schule vor allem den *DERIVE-Nachrichten* zu verdanken ist.

Zu Ehren von Josef („Sepp“) Böhm sei das Problem der SEP-Zahlen gestellt: Man nehme eine natürliche Zahl, zerlege sie in ihre Ziffern und hänge deren Summe hinten an. Beispiel: $28 \rightarrow 2, 8, 10$. Nun bilde man wieder eine Summe aus zwei Summanden, indem die erste Zahl (Ziffer) weggelassen wird.

- ▷ Im Beispiel: 2, 8, 10, 18. Auf diese Weise geht es weiter: 2, 8, 10, 18, 28, ... – oh Wunder: die Startzahl ist wieder erschienen. Dies ist natürlich ein seltener Glücksfall. Die 28 hat sich durch diesen Prozess sozusagen selbst erzeugt und heißt daher sich *selbst produzierende Zahl* oder kurz *SEP-Zahl*.
- ▷ Zweites Beispiel: $1104 \rightarrow 1, 1, 0, 4, 6, 11, 21, 42, 80, 154, 297, 573, 1104, \dots$
- ▷ Drittes Beispiel: $11436171 \rightarrow 1, 1, 4, 3, 6, 1, 7, 1, 24, 47, 93, 182, 361, 716, 1431, 2855, 5709, 11394, 22741, 45389, 90596, 180831, 360946, 720461, 1438067, 2870425, 5729456, 11436171, \dots$

Aufgabe 2: Man schreibe ein – möglichst effizientes – Programm zur Ermittlung von SEP-Zahlen. Wie viele SEP-Zahlen $\leq 10^{10}$ gibt es?

Der Wunschtraum lautet:

Wurzelsepp!

– das heißt: eine (mathematisch-informatische) Schülerzeitschrift, die einerseits – wie die *Wurzel* – die klassische mathematische Tradition (begrifflich saubere Beweise, klare Sprache) bewahrt, aber andererseits – wie Sepps (Josefs) Nachrichten – den Computer nicht nur als legitimes, sondern als Standard-Werkzeug zulässt und dessen Gebrauch fördert, und zwar unter Beachtung der Grundsätze informatischer Problemlösung (strukturisiertes Programmieren, aussagekräftige Dokumentation).

Wurzelsepp könnte algorithmisch lösbare bzw. (von Schülern) erkundbare Aufgaben des *Bundeswettbewerbs Mathematik* und mathematisch inspirierte Aufgaben des *Bundeswettbewerbs Informatik* sowie diverse Olympiade-Aufgaben als Trainingsmaterial für Schüler und Schülerinnen publizieren.

Zuschriften an:

Rüdeger Baumann
Italienischer Garten 15
29221 Celle

E-Mail: baumann-celle@t-online.de